



سبقت (۰۵۱-۳۸۱۱۷)

نام آزمون: دنباله حسابی

پشتیبانی شاگریان: ۰۹۰۱۴۲۵۳۰۵۰

منبع: قلمچی و گزینه دو تا ۱۳۹۸

۱ در یک دنباله‌ی حسابی، اگر $a_{13} = 30$ و $a_{15}^2 - a_{11}^2 = 120$ باشد، جمله‌ی بیستم کدام است؟

- ۳۳٫۵ (۱) ۳۶ (۲) ۳۵ (۳) ۳۷ (۴) منبع قلم چی - ۱۳۹۶

۲ جمله‌ی n ام دنباله‌ی حسابی $1, 1, 3, \dots$ کدام است؟

- ۲n - ۳ (۱) ۳ - ۲n (۲) ۳ + ۲n (۳) ۲n - ۱ (۴) گزینه ۲ - ۱۳۹۴

۳ کدام جمله از دنباله‌ی حسابی $195, \dots, -200, -205$ برابر صفر است؟

- ۲۷ (۱) ۳۹ (۲) ۴۲ (۳) ۴۹ (۴) گزینه ۲ - ۱۳۹۴

۴ جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی $2, 7, 12, 17, 22, \dots$ کدام است؟

- $a_n = 5n - 3$ (۱) $a_n = 5n + 2$ (۲) $a_n = 2n + 3$ (۳) $a_n = 4n - 1$ (۴) منبع قلم چی - ۱۳۹۷

۵ در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی سوم برابر ۲۰ می‌باشد. اگر جمله‌ی اول ۲ برابر قدرنسبت باشد،

جمله‌ی پانزدهم این دنباله کدام است؟

- ۶۵ (۱) ۷۰ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴) منبع قلم چی - ۱۳۹۷

۶ کارفرمایی به یک کارگر مبتدی، در هفته‌ی اول ۷۵۰ واحد پول دستمزد می‌دهد. متعهد می‌شود که در

صورت رضایت کاری در پایان هر هفته، ۲۵ واحد پول بر دستمزد وی اضافه کند تا به دستمزد ثابت ۲۰۰۰

واحد پول برسد. با رضایت کاری پس از چند هفته، به دستمزد ثابت می‌رسد؟

- ۴۸ (۱) ۴۹ (۲) ۵۰ (۳) ۵۱ (۴) سراسری - ۱۳۹۵



۷) اگر به قدرنسبت یک دنباله‌ی حسابی ۲ واحد اضافه کنیم، به جمله‌ی پنجم دنباله‌ی حاصل چند واحد اضافه می‌شود؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۴

۱۰ (۴)

۸ (۳)

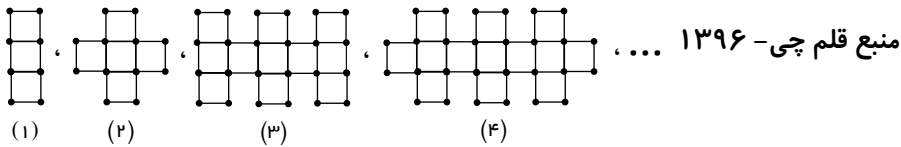
۲ (۲)

صفر (۱)

۸) در یک دنباله‌ی حسابی $a_m = n$ و $a_n = m$ می‌باشد. حاصل $a_{m+1} + a_{n+1}$ کدام است؟ $(m \neq n)$ منبع قلم چی - ۱۳۹۶

 $m + n - 1$ (۴) $m + n - 2$ (۳) $m + n + 2$ (۲) $m + n$ (۱)

۹) با توجه به شکل‌های زیر، تعداد چوب کبریت‌ها در مرحله‌ی یازدهم کدام است؟ منبع قلم چی - ۱۳۹۶



۱۲۶ (۱)

۱۳۰ (۲)

۱۰۶ (۳)

۸۲ (۴)

۱۰) ۳۰۰ قرص نان را بین ۵ نفر چنان تقسیم کرده‌ایم که سهم‌های دریافت شده، دنباله‌ی حسابی تشکیل دهند و یک‌سوم مجموع سه سهم بزرگتر، مساوی مجموع دو سهم کوچکتر است. بیشترین سهم دریافتی نان‌ها چند قرص است؟ گزینه ۲ - ۱۳۹۶

۱۲۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۹۰ (۲)

۳۰ (۱)

۱۱) در یک دنباله‌ی حسابی $a_{۲۰} = ۴۳$ ، $a_۴ + a_۵ + a_۶ + a_۸ + a_۹ + a_{۱۰} = ۲۴$ ، قدرنسبت این دنباله کدام است؟ منتا - ۱۳۹۶

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۲) چند عدد طبیعی سه رقمی وجود دارد که در تقسیم بر ۷، باقی‌مانده‌اش برابر ۵ باشد؟ گزینه ۲ - ۱۳۹۶

۱۳۱ (۴)

۱۳۰ (۳)

۱۲۹ (۲)

۱۲۸ (۱)

۱۳) میانگین بین جمله‌ی دهم و جمله‌ی بیستم دنباله‌ی حسابی $-۸, -۶, \dots$ کدام است؟

منبع قلم چی - ۱۳۹۷ ۳۵ (۴)

۳۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)



۱۴) در یک دنباله حسابی، جمله دوم صفر، $t_m = n^2$ و $t_n = m^2$ است. جمله اول بر حسب m و n کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۸

- ۱) $m - n$ ۲) $m + n$ ۳) $2m + 3n$ ۴) $3m - 2n$

۱۵) مجموع چهار جمله اول دنباله حسابی $3, \dots, y - 1, x, x - 4$ کدام است؟

- ۱) $8,4$ ۲) $8,8$ ۳) $9,2$ ۴) $9,6$ منبع قلم چی - ۱۳۹۸

۱۶) در یک دنباله حسابی با قدرنسبت مثبت، می‌دانیم مجموع جملات دوم و هشتم دنباله صفر است. این دنباله شامل چند جمله منفی است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۸

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۷) می‌خواهیم ۱۷۵ سیب را بین ۵ نفر به گونه‌ای تقسیم کنیم که تعداد سیب‌های دریافت شده توسط این ۵ نفر تشکیل یک دنباله حسابی بدهد و مجموع سه سهم بزرگ‌تر شش برابر مجموع دو سهم کوچک‌تر باشد. در این صورت کسی که بزرگ‌ترین سهم را می‌گیرد، چه تعداد سیب دارد؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۸

- ۱) ۶۵ ۲) ۹۰ ۳) ۷۵ ۴) ۸۵

۱۸) در یک دنباله حسابی که جمله اول آن ۹۸ است، تنها ۱۷ جمله اول آن، اعدادی طبیعی هستند. چندمین جمله دنباله برابر ۴۴ است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۸

- ۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۸

۱۹) زوایای داخلی یک دوزنقه تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند. اگر بزرگ‌ترین زاویه آن 120° باشد، قدرنسبت دنباله کدام است؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۸

- ۱) 10° ۲) 15° ۳) 20° ۴) 30°

۲۰) جمله n ام دنباله حسابی $a_1 = 5, d = 3$ چقدر از جمله n ام دنباله حسابی $a'_1 = 4, d' = 3$ بزرگتر است؟
منبع - ۱۳۹۹

- ۱) ۱ ۲) $n + 1$ ۳) n ۴) $n - 1$



۲۱) در یک دنباله‌ی حسابی رابطه‌ی $۱۲۵ = ۷۵d + ۵t_1$ برقرار است. جمله‌ی شانزدهم این دنباله کدام است؟
متنا - ۱۳۹۶

۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

۲۲ (۲)

۲۰ (۱)

۲۲) کدام یک از دنباله‌های زیر یک دنباله‌ی حسابی است؟
متنا - ۱۳۹۶

$t_n = n^3 + 2n$ (۴)

$t_n = n^2 + 2$ (۳)

$t_n = 3n + 1$ (۲)

$t_n = \frac{1}{n+1}$ (۱)

۲۳) در دنباله‌ی حسابی $۳, ۸, ۱۳, ۱۸, \dots$ جملات $t_3, t_7, t_{11}, \dots$ دنباله‌ی حسابی جدیدی تشکیل می‌دهند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟
متنا - ۱۳۹۶

۳۲ (۴)

۲۸ (۳)

۲۲ (۲)

۲۰ (۱)

۲۴) رابطه‌ی $t_n = (m-2)n^2 + \frac{m}{2}n + 1$ جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی است. جمله‌ی هفتم این دنباله کدام است؟
متنا - ۱۳۹۶

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

۲۵) در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی اول $۲-$ است و از جمله‌ی دوم به بعد، هر جمله از رابطه‌ی $a_n = a_{n-1} + ۴$ به دست می‌آید. جمله‌ی دهم این دنباله، چند برابر قدرنسبت آن است؟
متنا - ۱۳۹۶

۱۲٫۵ (۴)

۱۰٫۵ (۳)

۹٫۵ (۲)

۸٫۵ (۱)

۲۶) در دنباله‌ی حسابی $۰, ۳-, x, ۵, y, z, \dots$ حاصل $x + y + z$ کدام است؟
متنا - ۱۳۹۶

۲۵ (۴)

۲۳ (۳)

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

۲۷) کدام یک از جملات زیر در حالت کلی صحیح نیست؟
منبع قلم چی - ۱۳۹۶

۱) اگر جملات یک دنباله‌ی حسابی را در عددی ثابت ضرب کنیم، دنباله‌ی جدید نیز یک دنباله‌ی حسابی است.

۲) اگر جملات یک دنباله‌ی حسابی را با عدد ثابتی جمع کنیم، دنباله‌ی جدید نیز یک دنباله‌ی حسابی است.

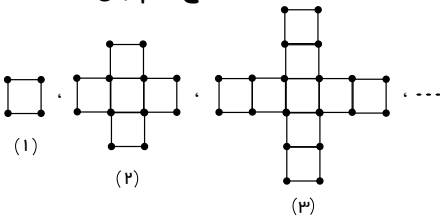
۳) اگر جملات یک دنباله‌ی حسابی را بر عددی غیر صفر تقسیم کنیم، دنباله‌ی جدید نیز یک دنباله‌ی حسابی است.

۴) مربع جملات یک دنباله‌ی حسابی نیز یک دنباله‌ی حسابی است.



۲۸) باتوجه به الگوی زیر، در کدام مرحله تفاضل تعداد مربع‌ها از تعداد چوب کبریت‌ها برابر ۹۱ است؟

منبع قلم‌چی - ۱۳۹۶



۱۰ (۲)

۸ (۱)

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۲۹) در یک دنباله‌ی حسابی یا جمله‌ی عمومی t_n ، مجموع سه جمله‌ی اول ۱۲ و مجموع سه جمله‌ی بعدی ۳۰ است. t_7 کدام است؟

منبع قلم‌چی - ۱۳۹۶

۱۴ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۷ (۱)

۳۰) اگر اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند، وتر مثلث چند برابر کوچک‌ترین ضلع

مثلث است؟

$\frac{5}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{7}{5}$ (۲)

$\frac{5}{4}$ (۱)

۳۱) در دنباله‌ی حسابی $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ کدام یک از عبارتهای زیر همواره صحیح است؟

منبع قلم‌چی - ۱۳۹۶

$2a_n - a_{2n} = a_2$ (۱) $a_{n+1} - a_{n-1} = a_2$ (۲) $3a_{2n+1} - 2a_{2n} = a_3$ (۳) $a_{2n+1} - a_{2n-1} = a_2$ (۴)

۳۲) اگر x, y و z سه عدد متوالی از یک دنباله‌ی حسابی باشند و حاصل جمع آن‌ها ۱۰- باشد، در این

صورت حاصل $yx + zy$ کدام است؟

$\frac{200}{9}$ (۴)

$\frac{-200}{3}$ (۳)

$\frac{9}{200}$ (۲)

$\frac{-20}{9}$ (۱)

منبع قلم‌چی - ۱۳۹۶

۳۳) واسطه‌ی حسابی بین دو عدد $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ و $\frac{1-2\sqrt{2}}{2}$ کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

$-\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)



۳۴ بین دو عدد ۳ و x تعداد ۷ واسطه حسابی مثبت با قدر نسبت ۴ قرار داده‌ایم. x کدام است؟

- ۳۵ ① ۳۶ ② ۳۹ ③ ۴۰ ④ گزینه ۲- ۱۳۹۷

۳۵ در یک دنباله‌ی حسابی مجموع جملات سوم و پنجم ۲ برابر مجموع جملات اول و دوم است. اگر

جمله‌ی هفتم دنباله برابر با ۸ باشد، اختلاف مشترک این دنباله کدام است؟ منبع قلم چی- ۱۳۹۴

- ① ۱ ② -۱ ③ ۲ ④ -۲

۳۶ در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی بیست و یکم ۱۵ و اختلاف مشترک $\frac{1}{4}$ است. جمله‌ی اول آن کدام

است؟ منبع قلم چی- ۱۳۹۴

- ① ۱۴ ② ۱۲ ③ ۱۰ ④ ۸

۳۷ در دنباله‌ی حسابی $2, x, y, 35, \dots$ حاصل $x + y$ کدام است؟ گزینه ۲- ۱۳۹۶

- ① ۱۱ ② ۲۳ ③ ۳۵ ④ ۳۷

۳۸ اگر جملات دنباله‌ی حسابی $1 + 2x, 2 + x, 1 - x, \dots$ را در عدد حقیقی m ضرب کنیم، قدر

نسبت دنباله‌ی جدید ۴۸ می‌شود. مقدار m چند است؟ منبع قلم چی- ۱۳۹۷

- ① -۱۴ ② -۱۲ ③ -۱۸ ④ -۱۶

۳۹ اگر در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی $(n - 1)$ ام به صورت $3n - 2$ باشد، جمله‌ی چندم این دنباله برابر

۷۶ می‌باشد؟ ($n > 1$) منبع قلم چی- ۱۳۹۷

- ① بیستم ② بیست و سوم ③ بیست و پنجم ④ سی‌ام

۴۰ اگر $5, 2m + 5, 3, 5m - 3, 3 + m, \dots$ سه جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی باشند، آنگاه جمله‌ی

عمومی دنباله‌ی حسابی کدام است؟ منبع قلم چی- ۱۳۹۷

- ① $a_n = n + 5$ ② $a_n = 2n + 1$ ③ $a_n = 2n + 3$ ④ $a_n = 3n + 2$



(۴۱) ۱۰۰ قرص نان را بین ۵ نفر تقسیم می‌کنیم به طوری که سهم افراد، تشکیل دنباله‌ی حسابی بدهد و یک سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر، مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر باشد، بیش‌ترین تعداد قرص نانی که به یک نفر داده می‌شود کدام است؟
منبع قلم‌چی - ۱۳۹۷

۲۰ (۴)

۳۵ (۳)

۲۵ (۲)

۳۰ (۱)

(۴۲) چند جمله از دنباله‌ی حسابی $۸۹, a, ۸۴, \dots$ مثبت است؟
منبع قلم‌چی - ۱۳۹۷

۳۸ (۴)

۳۵ (۳)

۳۶ (۲)

۳۷ (۱)

(۴۳) در دنباله‌ی حسابی $۲, ۴, ۶, \dots$ مجموع جملات n ام و $(n-1)$ ام کدام است؟
گزینه ۲ - ۱۳۹۷

 $۴n - ۶$ (۴) $۴n - ۲$ (۳) $۴n$ (۲) $۴n + ۲$ (۱)

(۴۴) بین اعداد طبیعی $a - ۳, ۱۰a$ تعداد $۳a$ واسطه‌ی حسابی درج کرده ایم. قدر نسبت آن کدام می‌تواند باشد؟
گزینه ۲ - ۱۳۹۷

۴ (۴)

۳ (۳)

 $۱۱a - ۳$ (۲) $۱۴a$ (۱)

(۴۵) اگر $۲x + ۳$ ، واسطه‌ی حسابی اعداد $۲x - ۱$ و $x + ۴$ باشد، مقدار x کدام خواهد بود؟

منبع قلم‌چی - ۱۳۹۷
 $-\frac{۲}{۳}$ (۴)

 $\frac{۳}{۲}$ (۳) -۲ (۲) -۳ (۱)

(۴۶) عدد کدام گزینه، واسطه‌ی هندسی بین جمله‌های دهم و شانزدهم دنباله‌ی حسابی زیر است؟

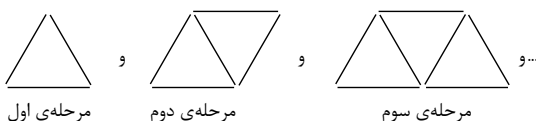
منبع قلم‌چی - ۱۳۹۷
 $۴, ۸, ۱۲, \dots$

 $۱۶\sqrt{۱۰}$ (۴) $۸\sqrt{۱۰}$ (۳)

۳۲ (۲)

۱۶ (۱)

(۴۷) اگر دنباله‌ای از چوب کبریت‌ها به شکل زیر داشته باشیم و آن را تا ۸ مرحله ادامه دهیم، تعداد چوب کبریت‌های استفاده شده در مرحله‌ی هشتم کدام است؟
منبع قلم‌چی - ۱۳۹۷



۱۷ (۲)

۱۹ (۱)

۲۱ (۴)

۱۸ (۳)



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

نکته: در هر دنباله‌ی حسابی داریم:

$$m + n = p + q \Rightarrow a_m + a_n = a_p + a_q \quad (\text{قانون اندیس‌ها})$$

$$a_{15} + a_{11} = a_{13} + a_{13} = 2a_{13} \Rightarrow a_{15} + a_{11} = 2 \times 30 = 60$$

پس:

از طرفی طبق فرض:

$$a_{15}^2 - a_{11}^2 = 120 \Rightarrow (a_{15} - a_{11})(\underbrace{a_{15} + a_{11}}_{60}) = 120 \Rightarrow a_{15} - a_{11} = 2$$

$$\Rightarrow (a_1 + 14d) - (a_1 + 10d) = 2 \Rightarrow 4d = 2 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

جمله‌ی بیستم از اضافه شدن ۷ تا d به جمله‌ی سیزدهم بدست می‌آید:

$$a_{20} = a_{13} + 7d = 30 + 7 \times \frac{1}{2} = 30 + 3\frac{1}{2} = 33\frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$-1, 1, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -1 \\ d = 1 - (-1) = 2 \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = -1 + (n-1)(2) \Rightarrow a_n = -1 + 2n - 2 \Rightarrow a_n = 2n - 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$-205, -200, -195, \dots \Rightarrow a_1 = -205, d = -200 - (-205) = -200 + 205 = 5$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 0 \Rightarrow 0 = -205 + (n-1)5 \Rightarrow 0 = -205 + 5n - 5$$

$$\Rightarrow 210 = 5n \Rightarrow n = \frac{210}{5} = 42$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴ ابتدا جمله‌ی اول و اختلاف مشترک دنباله را به دست می‌آوریم:

$$2, 7, 12, \dots \Rightarrow a_1 = 2, d = 7 - 2 = 5$$

پس از فرمول جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی استفاده می‌کنیم.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 2 + (n-1)5 = 2 + 5n - 5 \Rightarrow a_n = 5n - 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدرنسبت d جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 + (n-1)d$ بدست می‌آید.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_4 = a_1 + 3d = 20 \xrightarrow{a_1 = 2d} 2d + 3d = 20 \Rightarrow 5d = 20 \Rightarrow d = \frac{20}{5} = 4$$

$$a_1 + 2d = 20 \xrightarrow{d=4} a_1 + (2 \times 4) = 20 \Rightarrow a_1 = 20 - 8 = 12$$

$$a_{15} = a_1 + 14d = 12 + (14 \times 4) = 68$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶ این مسأله نشان‌دهنده‌ی یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی $a_1 = 750$ و قدرنسبت $d = 25$ و جمله‌ی آخر $a_n = 2000$ است:

$$750, 775, \dots, 2000$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 2000 = 750 + (n-1)(25) \rightarrow 2000 = 750 + 25n - 25$$

$$\rightarrow 25n = 2000 - 750 + 25 \rightarrow 25n = 1275 \rightarrow n = \frac{1275}{25} = 51$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

در هر دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و اختلاف مشترک d ، جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 + (n-1)d$ به دست می‌آید.

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$a'_5 = a_1 + 4(d+2) = a_1 + 4d + 8 = a_5 + 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸ نکته: قدرنسبت یک دنباله که جملات a_m, a_n از آن معلوم باشند عبارتست از:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

پس داریم:



$$d = \frac{n-m}{m-n} = -1$$

حال خواسته‌ی مسئله را بدست می‌آوریم:

$$a_{m+1} + a_{n+1} = (a_m + d) + (a_n + d) = m - 1 + n - 1 = m + n - 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

دنباله‌ی تعداد چوب کبریت‌ها عبارتست از:

$$10, 16, 22, 28, \dots$$

در این دنباله، الگو را نمی‌توان مشخص کرد جز آنکه جملات فرد و زوج را تفکیک کنیم:

$$\text{فردها: } 10 \xrightarrow{+24} 34 \xrightarrow{+24} 58, \dots \quad t_n = 10 + (n-1) \times 24$$

$$\text{زوجها: } 16 \xrightarrow{+24} 40 \xrightarrow{+24} 64, \dots \quad t_n = 16 + (n-1) \times 24$$

مرحله‌ی یازدهم، ششمین جمله از فردها است:

$$t_6 = 10 + (6-1) \times 24 = 10 + 5 \times 24 = 130$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰ - دنباله‌ی سهم‌ها به صورت زیر است:

$$t_1, t_1 + d, t_1 + 2d, t_1 + 3d, t_1 + 4d$$

تعداد کل نان‌ها عبارتست از ۳۰۰ تا؛ یعنی:

$$t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) + (t_1 + 3d) + (t_1 + 4d) = 300$$

$$\Rightarrow 5t_1 + 10d = 300 \xrightarrow{\div 5} t_1 + 2d = 60 \quad (*)$$

از طرفی طبق فرض:

$$\frac{1}{3}((t_1 + 2d) + (t_1 + 3d) + (t_1 + 4d)) = t_1 + (t_1 + d)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}(2t_1 + 9d) = 2t_1 + d \Rightarrow t_1 + 3d = 2t_1 + d \Rightarrow t_1 = 2d$$

این را در رابطه (*) می‌گذاریم:

$$2d + 2d = 60 \Rightarrow d = \frac{60}{4} = 15 \xrightarrow{t=2d} t_1 = 30$$

پس بزرگترین جمله‌ی این دنباله عبارتست از:

$$t_1 + 4d = 30 + 4 \times 15 = 90$$

راه دوم: جملات متوالی یک دنباله‌ی حسابی با تعداد جملات فرد را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم: (جمله وسط را x نامیدیم)

$$x - 2d, x - d, x, x + d, x + 2d$$

$$\text{مجموع عبارت} = (x - 2d) + (x - d) + x + (x + d) + (x + 2d) = 5x \quad \text{فرض } 300 = 5x \Rightarrow x = 60$$

$$\text{از طرفی: } \frac{1}{3}(x + (x + d) + (x + 2d)) = (x - 2d) + (x - d)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}(3x + 3d) = 2x - 3d \Rightarrow x + d = 2x - 3d \Rightarrow x = 4d \Rightarrow 60 = 4d \Rightarrow d = \frac{60}{4} = 15$$

$$\text{بزرگترین جمله} = x + 2d = 60 + 2 \times 15 = 90$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

نکته: قدرنسبت دنباله‌ای با جملات a_n, a_m از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

نکته: قانون اندیس‌ها $m + n = p + q \Rightarrow a_m + a_n = a_p + a_q$

$$a_4 + a_8 + a_6 + a_8 + a_9 + a_{10} = 24$$

با استفاده از قانون اندیس‌ها داریم:

هر جمله در دنباله حسابی، میانگین جملات بعد و قبل خود است:

$$\frac{a_6 + a_8}{2} = a_7 \Rightarrow a_6 + a_8 = 2a_7$$

$$\begin{aligned} a_6 + a_8 &= 2a_7, a_8 + a_9 = a_{14} \\ \hline a_6 + a_{10} &= a_{14} \end{aligned} \Rightarrow 2a_7 + 2a_7 + 2a_7 = 24 \Rightarrow 6a_7 = 24 \Rightarrow a_7 = 4$$

با معلوم بودن a_7 ، قدرنسبت را بدست می‌آوریم:

$$d = \frac{a_{10} - a_7}{10 - 7} = \frac{43 - 4}{13} = \frac{39}{13} = 3$$

دنباله اعداد طبیعی که در تقسیم بر ۷ باقیمانده ۵ داشته باشند، یک دنباله حسابی با جمله اول ۵ و قدرنسبت ۷ است:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$5, 12, 19, \dots$$

از آنجا که جمله عمومی هر دنباله حسابی بصورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است. داریم:

$$t_n = 5 + (n-1) \times 7 = 7n - 2$$

اعداد ۳ رقمی این دنباله در شرایط زیر صدق می‌کنند:



$$100 \leq 7n - 2 \leq 999$$

پس دو معادله زیر را حل می‌کنیم:

$$a_n \geq 100 \Rightarrow 7n - 3 \geq 100 \Rightarrow 7n \geq 103 \Rightarrow n \geq 15$$

$$a_n \leq 999 \Rightarrow 7n - 2 \leq 999 \Rightarrow 7n \leq 1001 \Rightarrow n \leq 143$$

پس $15 \leq n \leq 143$ است و تعداد n ها عبارتست از: $143 - 15 + 1 = 129$

در هر دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و اختلاف مشترک d ، جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 + (n - 1)d$ بدست می‌آید. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$-8, -6, \dots \Rightarrow d = (-6) - (-8) = 2$$

$$a_{10} = a_1 + 9d = -8 + 9 \times (2) = 10$$

$$a_{20} = a_1 + 19d = -8 + 19 \times (2) = 30$$

$$\text{میانگین جمله‌های دهم و بیستم} = \frac{10 + 30}{2} = 20$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$t_r = t_1 + d = 0 \Rightarrow t_1 = -d$$

$$\begin{cases} t_m = t_1 + (m - 1)d = n^r \\ t_n = t_1 + (n - 1)d = m^r \end{cases} \xrightarrow{t_1 = -d} \begin{cases} -d + (m - 1)d = n^r \\ -d + (n - 1)d = m^r \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (m - 2)d = n^r \\ (n - 2)d = m^r \end{cases}$$

$$(m - 2)d - (n - 2)d = n^r - m^r$$

$$\Rightarrow (m - n)d = n^r - m^r \Rightarrow d = \frac{n^r - m^r}{m - n} = \frac{(n - m)(n + m)}{(m - n)} = -(n + m)$$

$$t_1 = -d = -(-(n + m)) = n + m$$

در دنباله‌ی حسابی، تفاضل هر دو جمله متوالی باهم برابر و برابر قدر نسبت است.

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$3 - (y - 1) = (y - 1) - x = x - (4 - x)$$

$$3 - y + 1 = y - 1 - x = x - 4 + x \Rightarrow 4 - y = y - 1 - x = 2x - 4$$

$$\left. \begin{aligned} 4 - y = y - x - 1 \Rightarrow 2y = 5 + x \Rightarrow y = \frac{5 + x}{2} \\ y - 1 - x = 2x - 4 \Rightarrow y = 3x - 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{5 + x}{2} = 3x - 3 \Rightarrow 5 + x = 6x - 6$$

$$\Rightarrow 5x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{5}$$

$$y = 3x - 3 = \frac{3 \times 11}{5} - 3 = \frac{33 - 15}{5} = \frac{18}{5}$$

$$\text{مجموع ۴ جمله اول دنباله} = 4 - x + x + y - 1 + 3 = y + 6 = \frac{18}{5} + 6 = \frac{18 + 30}{5} = \frac{48}{5} = \frac{96}{10} = 9,6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

می‌دانیم: جمله عمومی دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدرنسبت d برابر $a_n = a_1 + (n - 1)d$ است.

$$t_r + t_8 = 0 \Rightarrow t_1 + d + t_1 + 7d = 0 \Rightarrow 2t_1 + 8d = 0$$

$$\Rightarrow t_1 + 4d = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_5 = 0 \\ t_1 = -4d \\ t_r = -3d \xrightarrow{d > 0} t_1, t_r, t_3, t_6 < 0 \\ t_2 = -2d \\ t_4 = -d \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

می‌دانیم: جمله عمومی دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدرنسبت d برابر $a_n = a_1 + (n - 1)d$ است.

اگر دنباله را به صورت t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 در نظر بگیریم، داریم:

$$t_r + t_4 + t_5 = 6(t_1 + t_2) \Rightarrow t_1 + 2d + t_1 + 3d + t_1 + 4d = 6(t_1 + t_1 + d)$$

$$\Rightarrow 3t_1 + 9d = 6(2t_1 + d) \Rightarrow 3t_1 + 9d = 12t_1 + 6d \Rightarrow 9t_1 = 3d \Rightarrow d = 3t_1$$

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = 5t_1 + 10d = 175 \xrightarrow{d=3t_1} 5t_1 + 30t_1 = 175 \Rightarrow 35t_1 = 175 \Rightarrow t_1 = 5$$

$$t_5 = t_1 + 4d = t_1 + 4(3t_1) = t_1 + 12t_1 = 13t_1 = 13 \times 5 = 65$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

می‌دانیم: جمله عمومی دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدرنسبت d برابر $a_n = a_1 + (n - 1)d$ است.

می‌دانیم: هفده جمله اول اعداد طبیعی هستند و اعداد طبیعی همگی بزرگتر از صفر هستند، بنابراین داریم:



$$t_n > 0 \Rightarrow t_1 + (n-1)d > 0 \Rightarrow 98 + (17-1)d > 0 \Rightarrow 98 + 16d > 0$$

$$\Rightarrow 16d > -98 \Rightarrow d > -\frac{98}{16} \xrightarrow{\text{جملات مثبت و طبیعی}} d = -6$$

$$t_n = 44 = 98 + (n-1) \times (-6) \Rightarrow 44 = 98 - 6n + 6 \Rightarrow 6n = 60 \Rightarrow n = 10$$

۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم: مجموع زوایای داخلی دوزنقه برابر است با: 360°
در یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدر نسبت d ؛ جمله عمومی دنباله برابر است با: $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d$$

$$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d = 360 \Rightarrow \begin{cases} 4a_1 + 6d = 360 \\ a_1 + 3d = 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a_1 + 6d = 360 \\ 4a_1 + 12d = 480 \end{cases}$$

$$6d = 120 \Rightarrow d = 20$$

۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 5 + (n-1) \times 3 = 5 + 3n - 3 = 3n + 2$$

$$a'_n = a'_1 + (n-1)d' = 4 + (n-1) \times 3 = 4 + 3n - 3 = 3n + 1$$

$$a'_n, a_n \text{ اختلاف} = (3n + 2) - (3n + 1) = 1$$

۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

$$t_{16} = t_1 + (15)d$$

$$5t_1 + 75d = 125 \Rightarrow 5(t_1 + 15d) = 125$$

$$\Rightarrow \underbrace{t_1 + 15d}_{t_{16}} = \frac{125}{5} = 25 \Rightarrow t_{16} = 25$$

دنباله‌ی حسابی یک الگوی خطی است و جمله‌ی عمومی آن به شکل $t_n = an + b$ (یعنی برحسب n از درجه‌ی ۱) است. پس تنها گزینه‌ی ۲ صحیح است. ۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴

قدرنسبت دنباله‌ی ۳، ۸، ۱۳، ۱۸، ... برابر است با ۵ ۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴

از طرفی:

$$t_3, t_4, t_5, \dots$$

$$\Rightarrow \text{قدرنسبت دنباله‌ی جدید} = 4d = 4 \times 5 = 20$$

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی $t_n = a_1 + (n-1)d$ ۲۴ ۱ ۲ ۳ ۴

از آن‌جا که دنباله‌ی حسابی یک الگوی خطی است، جمله‌ی عمومی آن به صورت $t_n = an + b$ است؛ یعنی برحسب متغیر n از درجه‌ی اول است. بنابراین ضریب جمله‌ی n^2 باید صفر باشد:
 n^2 ضریب $m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$

$$t_n = \frac{2}{2}n + 1 \Rightarrow t_n = n + 1$$

پس t_n برابر است با:

$$t_7 = 7 + 1 = 8$$

حال جمله‌ی هفتم را به دست می‌آوریم:

معنی رابطه‌ی $a_n = a_{n-1} + 4$ آن است که هر جمله از اضافه شدن عدد ثابت ۴ به جمله قبلی به دست می‌آید. پس قدرنسبت برابر ۴ است؛ جمله‌ی اول هم ۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴

برابر ۲- است. جمله‌ی عمومی را تشکیل می‌دهیم:

$$t_n = t_1 + (n-1)d = -2 + (n-1) \times 4 = -2 + 4n - 4 = 4n - 6$$

$$t_{10} = 4 \times 10 - 6 = 34$$

جمله‌ی دهم:

نسبت جمله‌ی دهم به قدرنسبت:

$$\frac{t_{10}}{d} = \frac{34}{4} = \frac{17}{2} = 8,5$$

در دنباله‌ی حسابی، هر جمله (غیر از جمله اول) میانگین جملات طرفین خود است: ۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ 5 &= \frac{x+y}{2} \xrightarrow{x=1} 5 = \frac{1+y}{2} \Rightarrow 10 = 1+y \Rightarrow y=9 \\ y &= \frac{5+z}{2} \xrightarrow{y=9} 9 = \frac{5+z}{2} \Rightarrow 18 = 5+z \Rightarrow z=13 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x+y+z = 1+9+13 = 23$$

دنباله‌ی حسابی $a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots$ را در نظر بگیرید: ۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{aligned} \text{دنباله حسابی} &\xrightarrow{\times k} ka_1, ka_1 + kd, ka_1 + 2kd, \dots \\ \text{دنباله حسابی} &\xrightarrow{+k} a_1 + k, a_1 + k + d, a_1 + k + d + d, \dots \end{aligned}$$



دنباله حسابی $\xrightarrow{\div k} \frac{a_1}{k}, \frac{a_1}{k} + \frac{d}{k}, \frac{a_1}{k} + \frac{2d}{k}, \dots$ (گزینه ۳)

غیرحسابی $\xrightarrow{(\cdot)^2} a_1^2, a_1^2 + 2a_1d + d^2, a_1^2 + 4a_1d + 4d^2, \dots$ (گزینه ۴)

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

دنباله‌ی "تعداد مربع‌ها" را تشکیل می‌دهیم:

$\xrightarrow{+4} 1, 5, 9, \dots$

این یک دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت $d = 4$ و $t_1 = 1$ است. جمله عمومی آن عبارتست از:

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = (n-1) \times 4 \Rightarrow t_n = 4n - 3$$

دنباله "تعداد چوب کبریت‌ها" عبارتست از:

$\xrightarrow{+12} 4, 16, 28, \dots$

این نیز یک دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت $d' = 12$ و $t'_1 = 4$ است و داریم:

$$t'_n = t'_1 + (n-1)d' \Rightarrow t'_n = 4 + (n-1) \times 12 \Rightarrow t'_n = 12n - 8$$

دنباله‌ی "تفاضل تعداد چوب کبریت‌ها و تعداد مربع‌ها" عبارتست از:

$$t'_n - t_n = (12n - 8) - (4n - 3) = 8n - 5$$

حال ببینیم در کدام مرحله حاصل آن ۹۱ می‌شود:

$$8n - 5 = 91 \Rightarrow 8n = 96 \Rightarrow n = \frac{96}{8} = 12$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = 12 \\ t_4 + t_5 + t_6 = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) = 12 \\ (t_1 + 3d) + (t_1 + 4d) + (t_1 + 5d) = 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3t_1 + 3d = 12 \\ 3t_1 + 12d = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3t_1 - 3d = -12 \\ 3t_1 + 12d = 30 \end{cases}$$

$$9d = 18 \Rightarrow d = 2$$

$$3t_1 + 3d = 12 \xrightarrow{d=2} 3t_1 + 6 = 12 \Rightarrow 3t_1 = 6 \Rightarrow t_1 = 2$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_{12} = t_1 + 11d = 2 + 11 \times 2 = 24$$

وتر
↑
a, b, c
ضلع کوچک

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰ اضلاع مثلث قائم‌الزاویه را a و b و c می‌نامیم؛ که:

چون این اضلاع دنباله حسابی می‌سازند. داریم:

$$\begin{cases} a = b - d \\ c = b + d \end{cases}$$

از طرفی:

$$\text{فیتاغورث: } c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow (b+d)^2 = (b-d)^2 + b^2$$

$$\Rightarrow b^2 + 2bd + d^2 = b^2 - 2bd + d^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = 4bd \xrightarrow{\div b} b = 4d \Rightarrow \begin{cases} a = 3d \\ c = 5d \end{cases}$$

$$\frac{\text{وتر}}{\text{کوچکترین ضلع}} = \frac{c}{a} = \frac{5d}{3d} = \frac{5}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

$$1) 2a_n - a_{2n} = 2(a_1 + (n-1)d) - (a_1 + (2n-1)d)$$

$$= 2a_1 + 2nd - 2d - a_1 - 2nd + d = a_1 - d \neq a_p$$

نادرست

$$2) a_{n+1} - a_{n-1} = (a_1 + nd) - (a_1 + (n-2)d)$$

$$= a_1 + nd - a_1 - nd + 2d = 2d \neq a_p$$

نادرست

$$3) 3a_{n+1} - 2a_{2n} = 3(a_1 + 2nd) - 2(a_1 + (3n-1)d)$$

$$= 3a_1 + 6nd - 2a_1 - 6nd + 2d = a_1 + 2d = a_p$$

درست



$$۴) a_{2n+1} - a_{2n-1} = (a_1 + 2nd) - (a_1 + (2n-2)d)$$

$$= a_1 + 2nd - a_1 - 2nd + 2d = 2d \neq a_p$$

نادرست

۳۲) در هر دنباله‌ی حسابی و در سه جمله‌ی متوالی، جمله‌ی وسط میانگین جملات طرفین است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

$$x, y, z \Rightarrow y = \frac{x+z}{2} \Rightarrow x+z = 2y$$

$$\text{فرض: } x+y+z = -10 \Rightarrow 2y+y = -10 \Rightarrow 3y = -10 \Rightarrow y = \frac{-10}{3}$$

$$\xrightarrow{x+z=2y} x+z = 2 \times \left(\frac{-10}{3}\right) = \frac{-20}{3}$$

$$\text{حکم: } yx + zy = (x+z) \times y = \frac{-20}{3} \times \frac{-10}{3} = \frac{200}{9}$$

۳۳) واسطه‌ی حسابی یعنی عددی که بین دو عدد $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ و $\frac{1-2\sqrt{2}}{2}$ قرار گیرد و با آنها یک دنباله‌ی حسابی تشکیل دهد؛ و می‌دانیم که در هر دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی وسط میانگین جملات طرفین خود است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

$$\text{واسطه‌ی حسابی } x = \frac{\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1-2\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\frac{2+1-2\sqrt{2}+\sqrt{2}-4}{2(1+\sqrt{2})}}{2} = \frac{\frac{-1-\sqrt{2}}{2(1+\sqrt{2})}}{2}$$

$$= \frac{\frac{-(1+\sqrt{2})}{2(1+\sqrt{2})}}{2} = \frac{-\frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{4}$$

۳۴) دنباله حاصل به صورت زیر خواهد بود: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$\underbrace{3, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, \dots, x}_{\text{واسطه حسابی}}$$

در نتیجه:

$$x = 3 + 8d \xrightarrow{d=4} x = 3 + 8 \times 4 = 35$$

۳۵) ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$a_3 + a_5 = 2(a_1 + a_7)$$

$$\Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 4d = 2(a_1 + a_1 + 6d)$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 6d = 4a_1 + 12d \Rightarrow 2a_1 - 6d = 0$$

$$a_7 = 8 \Rightarrow a_1 + 6d = 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a_1 - 6d = 0 \\ a_1 + 6d = 8 \end{cases} \Rightarrow -16d = -16 \Rightarrow d = \frac{-16}{-16} = 1$$

۳۶) باتوجه به رابطه‌ی عمومی در دنباله‌ی حسابی داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 15 = a_1 + (21-1) \times \frac{1}{4} \Rightarrow 15 = a_1 + (20) \times \frac{1}{4} \Rightarrow 15 = a_1 + 5 \Rightarrow a_1 = 15 - 5 = 10$$

۳۷) ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

$$2, x, y, 35, \dots$$

راه حل اول:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_6 = 35 \Rightarrow a_1 + 5d = 35 \xrightarrow{a_1=2} 2 + 5d = 35 \Rightarrow 5d = 33 \Rightarrow d = 11 \end{cases}$$

بنابراین جملات دنباله عبارتند از:

$$2, 13, 24, 35, \dots \Rightarrow x = 13, \quad y = 24 \Rightarrow x + y = 37$$

راه حل دوم:

در یک دنباله‌ی حسابی، اگر $m+n = p+q$ آنگاه داریم: $a_m + a_n = a_p + a_q$ با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$2 + 3 = 1 + 4 \Rightarrow a_2 + a_3 = a_1 + a_4 \Rightarrow a_2 + a_6 = 2 + 35 = 37 \Rightarrow x + y = 37$$



اگر a, b, c جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند داریم: $b = \frac{a+c}{2}$

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

رابطه فوق را برای سه جمله داده شده می‌نویسیم:

$$2 + x = \frac{1 - x + 1 + 2x}{2} \Rightarrow 2 + x = \frac{2 + x}{2} \Rightarrow 4 + 2x = 2 + x \Rightarrow x = -2$$

و جملات دنباله عبارتند از:

$$x = -2 \rightarrow 3, 0, -3, \dots \xrightarrow{\times m} 3m, 0, -3m, \dots$$

قدرنسبت این دنباله برابر است با $-3m$ و از آنجا که طبق فرض این مقدار ۴۸ است داریم:

$$-3m = 48 \Rightarrow m = -16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

$$t_{n-1} = 3n - 2 = 76 \Rightarrow 3n = 78 \xrightarrow{\div 3} n = 26$$

به ازای این مقدار از n ، جمله t_{n-1} همان جمله t_{25} است؛ یعنی: t_{25}

جمله عمومی یک دنباله حسابی که جمله اول آن a_1 و قدرنسبت آن d باشد عبارتست از: $t_n = t_1 + (n-1) \times d$
اگر a, b, c سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، رابطه $b = \frac{a+c}{2}$ بین آن‌ها برقرار است.

می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

$$\text{دنباله حسابی: } m + 3, 5m - 3, 7m + 5, \dots \Rightarrow 5m - 3 = \frac{m + 3 + 7m + 5}{2}$$

$$\Rightarrow 5m - 3 = \frac{8m + 8}{2} \Rightarrow 10m - 6 = 8m + 8 \Rightarrow 2m = 14 \Rightarrow m = 7$$

پس دنباله حسابی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$5, 7, 9, \dots \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5 \\ d = 7 - 5 = 2 \end{cases} \Rightarrow t_n = 5 + (n-1) \times 2 = 5 + 2n - 2 = 2n + 3$$

دنباله‌ی حسابی مذکور را به صورت زیر در نظر می‌گیریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

$$t - 2d, t - d, t, t + d, t + 2d \Rightarrow \text{مجموع جملات} = 5t \xrightarrow{\text{فرض}} 100 \Rightarrow t = 20$$

$$\text{فرض مسئله: } \frac{1}{3}(t + (t+d) + (t+2d)) = (t-2d) + (t-d)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}(3t + 3d) = 2t - 3d \Rightarrow t + d = 2t - 3d \Rightarrow t = 4d$$

$$t = 20 \rightarrow 20 = 4d \Rightarrow d = 5$$

$$\text{بزرگترین جمله‌ی دنباله} = t + 2d = 20 + 2 \times 5 = 30$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

می‌دانیم: در هر دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول t_1 و قدرنسبت d ، جمله‌ی عمومی از رابطه‌ی $t_n = t_1 + (n-1) \times d$ بدست می‌آید.

دنباله را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$89 \xrightarrow{+d} a \xrightarrow{+d} 84, \dots \Rightarrow 89 + 2d = 84 \Rightarrow 2d = -5 \Rightarrow d = -\frac{5}{2}$$

از طرفی $t_1 = 89$ ؛ پس جمله‌ی عمومی عبارتست از:

$$t_n = 89 + (n-1) \times \left(-\frac{5}{2}\right)$$

حال $t_n > 0$ را تشکیل می‌دهیم تا تعداد جملات مثبت بدست آید.

$$89 + (n-1) \times \left(-\frac{5}{2}\right) > 0 \Rightarrow 89 - \frac{5}{2}n + \frac{5}{2} > 0 \Rightarrow \frac{5}{2}n < 89 + \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2}n < \frac{183}{2} \xrightarrow{\times 2} 5n < 183 \xrightarrow{\div 5} n < \frac{183}{5} \Rightarrow n < 36.6 \Rightarrow n \leq 36$$

پس دنباله ۳۶ جمله مثبت دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳

می‌دانیم: جمله‌ی n ام هر دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول t_1 و قدرنسبت d عبارتست از: $t_n = t_1 + (n-1)d$

$$\left. \begin{matrix} t_1 = 2 \\ d = 2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{cases} t_n = 2 + (n-1) \times 2 = 2 + 2n - 2 = 2n \\ t_{n-1} = 2 + ((n-1)-1) \times 2 = 2 + (n-2) \times 2 = 2 + 2n - 4 = 2n - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_n + t_{n-1} = 2n + 2n - 2 = 4n - 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

در هر دنباله‌ی حسابی که در آن جمله‌ی اول t_1 و قدرنسبت d باشد جمله‌ی عمومی از رابطه‌ی $t_n = t_1 + (n-1)d$ بدست می‌آید.



$$\boxed{a-3}, \quad \text{به تعداد } 3a \text{ جمله}, \quad \boxed{10a}$$

↓ ↓ ↓
جمله‌ی اول جمله جمله $3a+2$ ام

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = a-3 \\ t_{3a+2} = t_1 + ((3a+2)-1) \times d = 10a \Rightarrow t_1 + (3a+1) \times d = 10a \end{cases}$$

$$\Rightarrow 10a = (a-3) + (3a+1)d \Rightarrow 10a - a + 3 = (3a+1)d$$

$$\Rightarrow 9a + 3 = (3a+1)d \Rightarrow d = \frac{9a+3}{3a+1} = \frac{3(3a+1)}{3a+1} = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

$$\text{واسطه حسابی بین دو عدد } a \text{ و } b \text{ برابر است با } \frac{a+b}{2}$$

می‌دانیم:

داریم:

$$2x + 3 = \frac{(x+4) + (2x-1)}{2} \Rightarrow 4x + 6 = 3x + 3 \Rightarrow x = -3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

می‌دانیم: جمله عمومی یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است
واسطه هندسی بین دو جمله a و b برابر $\pm\sqrt{ab}$ است.

$$\begin{cases} a_1 = 4 \\ d = 8 - 4 = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_{10} = a_1 + 9d = 4 + 9 \times 4 = 40 \\ a_{16} = a_1 + 15d = 4 + 15 \times 4 = 64 \end{cases}$$

$$\text{واسطه هندسی} = \pm\sqrt{40 \times 64} = \pm\sqrt{4} \times \sqrt{10} \times \sqrt{64} = \pm 2 \times 8 \times \sqrt{10} = \pm 16\sqrt{10}$$

مرحله‌ی اول شامل ۳ چوب کبریت است و در مرحله‌های بعدی هر بار ۲ چوب کبریت به آن‌ها اضافه می‌شود. پس جمله عمومی بصورت

$$a_n = 3 + (n-1) \times 2$$

خواهد بود؛ و به ازای $n = 8$ داریم:

$$a_8 = 3 + (8-1) \times 2 = 3 + 14 = 17$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴

۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴

۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴